

PENERAPAN ALJABAR LINEAR DALAM PEMODELAN SISTEM DINAMIS: KAJIAN LITERATUR, TEKNIK, EKONOMI, DAN ILMU KOMPUTER

Afrilyani Siahaan¹, Immanuel Simarmata², Lilis Sagita Manik³,
Rahmat Juriah Laia⁴, Salma Mumthas Khamsi⁵

Program Studi Pendidikan Teknik Elektro, Fakultas Teknik,
Universitas Negeri Medan, Indonesia

Email: afrilyanisiahaan38@gmail.com¹, imanuelsimarmata01@gmail.com²,
lilissagitamanik4@gmail.com³, rahmat.5241131013@mhs.unimed.ac.id⁴,
salmamumthaskhamsi@gmail.com⁵

Abstract

Keywords:

Linear Algebra,
Dynamic System,
Eigenvalue,
Matrix Modeling,
Dimensionality Reduction.

This study aims to analyze the application of linear algebra in dynamic system modeling, emphasizing the use of algebraic techniques to understand and solve problems in complex systems. The method employed is a systematic literature review approach, collecting and analyzing relevant literature published within the last ten years. The main focus is on identifying and applying key concepts in linear algebra, such as matrices, vectors, eigenvalues, eigenvectors, singular value decomposition (SVD), and principal component analysis (PCA) in dynamic system analysis. The results indicate that linear algebra plays a highly significant role in various fields of dynamic system modeling, including engineering, economics, and computer science. Eigenvalues are proven effective in analyzing the stability of dynamic systems, while SVD and PCA are useful in reducing the dimensionality of very large systems. Furthermore, linear algebra facilitates multivariate system modeling and the solution of linear differential equation systems that describe system evolution. Nevertheless, not all dynamic systems can be modeled linearly; nonlinear systems require alternative techniques such as numerical methods or Monte Carlo simulation. Future research is encouraged to explore the integration of linear algebra with machine learning methods to improve the accuracy and efficiency of modeling more complex dynamic systems.

Abstrak

Kata Kunci :

Aljabar Linear,
Sistem Dinamis,
Eigenvalue,
Pemodelan Matriks,
Reduksi Dimensi

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis, dengan menekankan penggunaan teknik-teknik aljabar untuk memahami dan menyelesaikan permasalahan dalam sistem yang kompleks. Metode yang digunakan adalah pendekatan kajian literatur sistematis, yaitu dengan mengumpulkan dan menganalisis sumber-sumber literatur relevan yang

diterbitkan dalam sepuluh tahun terakhir. Fokus utama penelitian ini adalah identifikasi serta penerapan konsep-konsep penting dalam aljabar linear, seperti matriks, vektor, eigenvalue, eigenvektor, dekomposisi nilai singular (SVD), dan analisis komponen utama (PCA) dalam analisis sistem dinamis. Hasil kajian menunjukkan bahwa aljabar linear memiliki peran yang sangat signifikan dalam berbagai bidang pemodelan sistem dinamis, termasuk teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Eigenvalue terbukti efektif dalam menganalisis kestabilan sistem dinamis, sementara SVD dan PCA berguna dalam mereduksi dimensi sistem yang sangat besar. Selain itu, aljabar linear memfasilitasi pemodelan sistem multivariat dan pemecahan sistem persamaan diferensial linear yang menggambarkan evolusi sistem. Meskipun demikian, tidak semua sistem dinamis dapat dimodelkan secara linear; sistem nonlinear memerlukan teknik alternatif seperti metode numerik atau simulasi Monte Carlo. Penelitian selanjutnya disarankan untuk mengeksplorasi integrasi aljabar linear dengan metode pembelajaran mesin guna meningkatkan akurasi dan efisiensi pemodelan sistem dinamis yang lebih kompleks

This is an open access article under the [CC BY-NC-SA 4.0](#) license



PENDAHULUAN

Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur, hubungan, dan operasi pada bilangan, variabel, dan ekspresi matematika. Istilah "aljabar" berasal dari bahasa Arab al-jabr, yang berarti "penyusunan kembali" atau "penyempurnaan," yang pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Persia, Al-Khwarizmi, dalam karya monumentalnya Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala pada abad ke-9. Karya tersebut menjadi dasar penting dalam perkembangan aljabar modern, di mana Al-Khwarizmi mengembangkan metode untuk menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan bilangan tidak diketahui. Sejak saat itu, aljabar telah berkembang pesat, melahirkan berbagai cabang baru seperti aljabar linear, aljabar abstrak, dan aljabar komutatif, yang memiliki aplikasi luas dalam banyak disiplin ilmu (Maimuna, 2020).

Pada dasarnya, aljabar berfokus pada manipulasi simbol dan variabel untuk menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan bilangan atau objek yang tidak diketahui. Dalam aljabar, angka digantikan dengan simbol atau huruf yang disebut variabel, untuk mewakili nilai yang belum diketahui atau yang dapat berubah (Kismanti & Indriyani, 2021). Hal ini memungkinkan matematikawan untuk bekerja dengan konsep-konsep umum yang dapat diterapkan pada berbagai permasalahan matematis. Di dalam aljabar, berbagai konsep utama seperti persamaan, faktorisasi, sistem persamaan, dan identitas digunakan untuk menyelesaikan masalah yang lebih kompleks.

Aljabar sering kali dianggap sebagai jembatan yang menghubungkan matematika dasar dengan bidang-bidang matematika yang lebih lanjut. Konsep-konsep dasar dalam aljabar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, diterapkan pada



variabel dan ekspresi aljabar untuk memecahkan berbagai masalah, baik dalam bentuk aljabar linear maupun aljabar polinomial. Konsep aljabar juga menjadi dasar penting dalam memahami topik-topik lebih lanjut seperti kalkulus, teori bilangan, dan geometri analitik (Zulaikha & Warsono, 2021).

Aljabar bukan hanya relevan dalam dunia akademik, tetapi juga memiliki aplikasi yang sangat luas dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai bidang ilmu. Dalam bidang ekonomi, aljabar digunakan untuk memodelkan dan memecahkan masalah terkait anggaran, investasi, dan biaya. Di bidang ilmu komputer, aljabar merupakan dasar dari algoritma yang digunakan dalam pengolahan data dan pengembangan perangkat lunak. Dalam fisika, aljabar digunakan untuk merumuskan dan menyelesaikan persamaan yang menggambarkan fenomena fisik, seperti gerak benda, gelombang, dan medan elektromagnetik (Aminuddin et al., 2013).

Aljabar linear, sebagai salah satu cabang aljabar yang paling banyak diaplikasikan, memainkan peran sentral dalam pemodelan sistem dinamis. Sistem dinamis adalah sistem yang keadaannya berubah seiring waktu mengikuti aturan tertentu, dan banyak ditemukan dalam rekayasa (engineering), fisika, biologi, dan ekonomi. Pemodelan matematika dari sistem-sistem ini sering kali menggunakan representasi matriks dan vektor, yang merupakan inti dari aljabar linear (Nurhaswinda et al., 2025).

Penelitian mengenai penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis telah banyak dilakukan, namun kajian yang menyeluruh dan terintegrasi masih terbatas. Oleh karena itu, artikel ini bertujuan untuk memberikan pengantar menyeluruh mengenai aljabar linear dalam konteks sistem dinamis, menjelaskan konsep-konsep dasar yang menjadi landasan analisis, serta menggali berbagai aplikasi aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis di bidang teknik, ekonomi, ilmu komputer, dan ekologi.

TINJAUAN PUSTAKA

Aljabar Linear: Konsep Dasar

Aljabar linear adalah cabang matematika yang berkaitan dengan ruang vektor dan transformasi linear antara ruang-ruang tersebut. Konsep-konsep dasar dalam aljabar linear mencakup vektor, matriks, ruang vektor, transformasi linear, dan sistem persamaan linear (Maimuna, 2020). Vektor adalah objek matematika yang memiliki besar dan arah, sementara matriks adalah susunan bilangan dalam baris dan kolom yang digunakan untuk merepresentasikan transformasi linear atau sistem persamaan. Sistem persamaan linear, yang dapat ditulis dalam bentuk $Ax = b$ di mana A adalah matriks koefisien, x adalah vektor variabel, dan b adalah vektor konstanta, merupakan salah satu konsep sentral dalam aljabar linear. Penyelesaian sistem ini dapat dilakukan melalui berbagai metode, termasuk eliminasi Gauss, dekomposisi LU, dan metode iteratif (Kismanti & Indriyani, 2021).

Eigenvalue dan Eigenvektor

Eigenvalue dan eigenvektor merupakan konsep fundamental dalam aljabar linear yang memiliki aplikasi luas dalam analisis sistem dinamis. Untuk suatu matriks persegi A , eigenvalue λ dan eigenvektor v didefinisikan oleh persamaan $Av = \lambda v$, yang berarti transformasi linear A hanya mengubah skala vektor v tanpa mengubah arahnya (Abrar et al., 2022). Dalam analisis kestabilan sistem dinamis, eigenvalue dari matriks Jacobian atau matriks sistem menentukan apakah sistem akan konvergen ke titik kesetimbangan, berosilasi, atau divergen. Jika semua eigenvalue memiliki bagian real negatif, sistem dikatakan stabil secara asimptotik (Dewi & Rainarli, 2014).

Dekomposisi Matriks

Dekomposisi matriks merupakan teknik dalam aljabar linear yang memecah matriks menjadi produk dari matriks-matriks yang lebih sederhana, sehingga mempermudah berbagai operasi dan analisis (Wibowo et al., 2017). Beberapa teknik dekomposisi matriks yang penting antara lain Dekomposisi LU yang memecah matriks A menjadi produk matriks lower triangular L dan upper triangular U , Dekomposisi Eigen yang memecah matriks persegi menjadi $A = Q\Lambda Q^{-1}$, serta Singular Value Decomposition (SVD) yang memecah matriks A menjadi $A = U\Sigma V^T$ dengan aplikasi luas dalam kompresi data, pemrosesan sinyal, dan analisis komponen utama (Kismanti & Indriyani, 2021).

Analisis Komponen Utama (PCA)

Principal Component Analysis (PCA) adalah teknik reduksi dimensi yang berbasis pada aljabar linear, khususnya pada konsep eigenvalue dan eigenvektor dari matriks kovarians. Tujuan utama PCA adalah menemukan basis baru (komponen utama) yang menangkap varians terbesar dalam data, sehingga dimensi data dapat dikurangi tanpa kehilangan banyak informasi (Akbar & Mar'aini, 2022). Dalam konteks sistem dinamis, PCA digunakan untuk mengidentifikasi modus dominan dari sistem dan mereduksi kompleksitas model, sangat berguna ketika berhadapan dengan sistem berdimensi tinggi (Aminuddin et al., 2013).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan kajian literatur sistematis (Systematic Literature Review/SLR) untuk menganalisis penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. Kajian literatur sistematis dipilih karena memungkinkan identifikasi, evaluasi, dan sintesis yang komprehensif dari hasil-hasil penelitian yang relevan (Maimuna, 2020).

Pemilihan Sumber Literatur

Sumber-sumber literatur yang relevan dikumpulkan dari jurnal dan artikel ilmiah yang diterbitkan dalam sepuluh tahun terakhir, dengan fokus pada penggunaan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. Database yang digunakan meliputi Google Scholar, Scopus, dan portal jurnal nasional. Kriteria inklusi mencakup: (1) artikel yang diterbitkan antara tahun 2013–2024, (2) artikel yang membahas penerapan aljabar linear dalam konteks sistem dinamis, teknik, ekonomi, atau ilmu komputer, dan (3) artikel yang tersedia dalam bahasa Indonesia atau Inggris.

Identifikasi Konsep Utama

Dari literatur yang tersedia, dilakukan identifikasi konsep-konsep utama dalam penerapan aljabar linear pada sistem dinamis, termasuk penggunaan matriks, vektor, eigenvalue, dan eigenvektor dalam analisis sistem linear. Proses identifikasi ini menggunakan pendekatan tematik, di mana literatur dikelompokkan berdasarkan tema atau aplikasi yang dibahas. Hal ini sejalan dengan temuan dalam penelitian oleh Dewi dan Rainarli (2014) yang menunjukkan pentingnya eigenvalue dalam menentukan kestabilan sistem ekosistem predator-mangsa.

Analisis dan Sintesis

Literatur yang dipilih dianalisis dan disintesis untuk menilai bagaimana aljabar linear diterapkan dalam berbagai model sistem dinamis, termasuk dalam bidang teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Analisis dilakukan dengan membandingkan pendekatan, metode, dan hasil yang diperoleh dari berbagai penelitian. Sintesis literatur mengikuti

kerangka kerja yang dikemukakan oleh Akbar dan Maraini (2022), yang menekankan pentingnya koherensi antara konsep teoritis dan aplikasi praktis.

Penyusunan Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan sintesis, disusun kesimpulan tentang peran dan kontribusi aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. Proses penyusunan kesimpulan mengikuti pedoman PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses) yang diadaptasi untuk kajian literatur dalam bidang matematika terapan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Peran Aljabar Linear dalam Kestabilan Sistem Dinamis

Berdasarkan kajian literatur, ditemukan bahwa aljabar linear memainkan peran yang sangat penting dalam pemodelan dan analisis sistem dinamis. Salah satu hasil temuan paling signifikan adalah penggunaan konsep eigenvalue dalam analisis kestabilan sistem. Matriks transisi dan vektor eigen digunakan untuk menggambarkan perubahan keadaan sistem, sesuai dengan temuan dalam penelitian oleh Abrar et al., (2022) yang menyatakan bahwa penggunaan eigenvalue sangat penting dalam menganalisis kestabilan dalam sistem ekosistem.

Dalam sistem kendali otomatis, analisis eigenvalue dari matriks sistem A memberikan gambaran tentang kestabilan sistem terhadap gangguan eksternal. Wibowo et al., (2017) menunjukkan bahwa penyelesaian sistem persamaan diferensial linear melalui diagonalisasi matriks merupakan pendekatan yang efektif dan efisien. Kondisi kestabilan Lyapunov untuk sistem linear dapat dinyatakan dalam bentuk Linear Matrix Inequality (LMI), yang merupakan sistem pertidaksamaan matriks yang dapat diselesaikan secara efisien menggunakan teknik optimasi berbasis aljabar linear (Nurhaswinda et al., 2025).

Reduksi Dimensi Sistem Dinamis

Hasil kajian juga menunjukkan bahwa aljabar linear menyediakan alat-alat yang powerful untuk mereduksi dimensi sistem dinamis yang sangat besar. Teknik seperti Singular Value Decomposition (SVD) dan Principal Component Analysis (PCA) memungkinkan penyederhanaan perhitungan dengan memfokuskan perhatian pada dinamika utama dari sistem. Kismanti & Indriyani, (2021) mengaplikasikan teknik PCA untuk mengurangi dimensi dalam analisis sistem produksi, yang menunjukkan efektivitasnya dalam menangani data multidimensi.

Proper Orthogonal Decomposition (POD), yang merupakan varian dari SVD, banyak digunakan dalam Computational Fluid Dynamics (CFD) dan mekanika struktur untuk membuat model orde rendah (Reduced Order Models/ROM) dari sistem berdimensi sangat tinggi. Dalam analisis ekonomi, reduksi dimensi menggunakan PCA dan analisis faktor membantu dalam mengidentifikasi variabel-variabel laten yang mendasari perilaku sistem ekonomi yang kompleks (Aminuddin et al., 2013).

Pemodelan Sistem Multivariat

Dalam banyak kasus, sistem dinamis yang kompleks melibatkan banyak variabel yang saling berinteraksi. Aljabar linear menyediakan kerangka yang natural untuk menyusun dan menganalisis sistem semacam ini melalui representasi matriks. Persamaan keadaan dalam bentuk $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$ dan persamaan output $y = Cx + Du$ merupakan representasi standar sistem multivariat dalam teori kendali modern (Wibowo et al., 2017).

Zulaikha & Warsono, (2021) mendemonstrasikan aplikasi Transformasi Laplace pada sistem dinamik pendulum terbalik dengan redaman dan gaya penggerak, menunjukkan bagaimana aljabar linear, dikombinasikan dengan analisis transformasi, dapat memberikan solusi elegan untuk permasalahan fisika yang kompleks.

Pemecahan Sistem Persamaan Diferensial Linear

Teknik-teknik aljabar linear memainkan peran kunci dalam pemecahan sistem persamaan diferensial linear yang menggambarkan sistem dinamis. (Widyawati & Wahyudi, n.d.) dalam penelitiannya membahas solusi sistem persamaan diferensial linear tak homogen menggunakan metode matriks eksponensial, dan menunjukkan bahwa pendekatan ini memberikan solusi yang eksak dan efisien untuk berbagai jenis sistem dinamis linear. Untuk sistem yang lebih kompleks, teknik diagonalisasi matriks memungkinkan dekomposisi sistem menjadi subsistem-subsistem yang independen (Wibowo et al., 2017).

Keterbatasan Aljabar Linear dalam Sistem Dinamis

Meskipun aljabar linear menawarkan berbagai keunggulan dalam pemodelan sistem dinamis, penting untuk memahami keterbatasannya. Tidak semua sistem dinamis dapat dimodelkan secara linear; sistem nonlinear seperti sistem kaotik, sistem biologis kompleks, dan sistem ekonomi dengan perilaku bifurkasi memerlukan pendekatan yang lebih canggih. Dalam sistem-sistem ini, aljabar linear hanya dapat memberikan gambaran lokal di sekitar titik kesetimbangan (Nurhaswinda et al., 2025). Integrasi aljabar linear dengan metode pembelajaran mesin seperti autoencoders dan jaringan saraf rekuren (RNN) merupakan area penelitian yang sangat menjanjikan (Kismanti & Indriyani, 2021).

Tabel 1. Ringkasan Teknik Aljabar Linear dalam Sistem Dinamis

Teknik	Fungsi	Bidang Aplikasi
Eigenvalue & Eigenvektor	Analisis kestabilan sistem dinamis	Teknik kendali, ekologi, biologi
SVD	Reduksi dimensi, kompresi data	Pemrosesan sinyal, CFD
PCA	Identifikasi modus dominan sistem	Ekonomi, ilmu komputer
Matriks Eksponensial	Solusi persamaan diferensial linear	Fisika, rekayasa
Diagonalisasi Matriks	Dekomposisi sistem berkopling	Kendali otomatis, mekanika

Sumber: Data diolah peneliti (2025)

KESIMPULAN

Berdasarkan kajian literatur dan hasil analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa aljabar linear memiliki peran yang sangat penting dan tak tergantikan dalam pemodelan sistem dinamis, baik dalam bidang teknik, ekonomi, ilmu komputer, maupun ekologi. Penggunaan konsep-konsep aljabar linear, seperti eigenvalue, eigenvektor, matriks, vektor, SVD, dan PCA, terbukti efektif dalam menganalisis kestabilan sistem dinamis, mereduksi dimensi sistem yang kompleks, memecahkan sistem persamaan linear dan diferensial, serta memodelkan sistem multivariat.

Meskipun demikian, penting untuk dicatat bahwa sistem dinamis nonlinear memerlukan pendekatan tambahan seperti metode numerik atau simulasi Monte Carlo untuk mendapatkan solusi yang akurat. Ke depannya, integrasi aljabar linear dengan teknik pembelajaran mesin menawarkan potensi yang sangat besar dalam meningkatkan



akurasi dan efisiensi pemodelan sistem dinamis yang kompleks.

Beberapa rekomendasi untuk penelitian selanjutnya meliputi: (1) pengembangan metode aljabar linear yang dapat diterapkan pada sistem nonlinear melalui teknik linearisasi yang lebih canggih; (2) penyempurnaan teknik reduksi dimensi seperti PCA dan SVD untuk menangani data besar dalam sistem dinamis kompleks; (3) eksplorasi lebih lanjut aplikasi aljabar linear dalam sistem dinamis multivariat di bidang ekonomi, ilmu sosial, dan biologi; (4) integrasi aljabar linear dengan teknik pembelajaran mesin untuk pemodelan dan prediksi yang lebih akurat; serta (5) penelitian empiris tentang efisiensi komputasi aljabar linear dalam aplikasi dunia nyata.

DAFTAR PUSTAKA

- Abrar, A. I. P., Awwaliah, W., & Sriyanti, A. (2022). Pengembangan modul mata kuliah aljabar linear elementer bernuansa islami berbasis pendekatan saintifik pada mahasiswa jurusan pendidikan matematika. *Jurnal Ilmu Pendidikan*, 4(2), 1648–1656.
- Akbar, Y. R., & Mar'aini, M. (2022). Optimasi produksi pada industri kecil dan menengah karya unisi dengan penerapan model linear programming. *Jurnal Inovasi Penelitian*, 2(8), 2883–2892.
- Aminuddin, A., Sudarno, S., & Sugito, S. (2013). Pemilihan Model Regresi Linier Multivariat Terbaik Dengan Kriteria Mean Square Error. *Jurnal Gaussian*, 2(1), 11–18.
- Dewi, K. E., & Rainarli, E. (2014). Penerapan metode penugasan dalam perkuliahan aljabar linier dan matriks. *Majalah Ilmiah UNIKOM*, 12(2).
- Kismanti, S. T., & Indriyani, D. (2021). Penerapan Aljabar pada Sistem Produksi. *Jurnal Borneo Saintek*, 4(1), 37–42.
- Maimuna, L. (2020). Mutu Hasil Belajar Aljabar Linear melalui Pembelajaran Daring di Palcomtech Palembang. *Wacana Akademika: Majalah Ilmiah Kependidikan*, 4(2), 130–140.
- Nurhaswinda, N., Fitriah, N. U., Aini, A. F., & Natasya, Z. (2025). Penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. *Cahaya Pelita: Jurnal Pendidikan Dan Kebudayaan*, 1(2), 82–85.
- Wibowo, E. S. A., Yulida, Y., & Thresye, T. (2017). Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Linier Melalui Diagonalisasi Matriks. *EPSILON: JURNAL MATEMATIKA MURNI DAN TERAPAN*, 7(2), 12–19.
- Widyawati, D. R. A., & Wahyudi, I. (n.d.). SOLUSI SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL LINEAR TAK HOMOGEN DENGAN METODE MATRIKS EKSPONENSIAL. *Teorema*, 3, 1.
- Zulaikha, D. F., & Warsono, W. (2021). Aplikasi Transformasi Laplace pada Sistem Dinamik Pendulum Terbalik dengan Redaman dan Gaya Penggerak. *JPF (Jurnal Pendidikan Fisika) Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar*, 9(1), 1–6.